Übungen zur Theoretischen Astrophysik

Übungsaufgaben:

F-1. (Maschinengenauigkeit)

Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der Summe von $S_n = \sum_{k=1}^{N} 1/k$ für verschiedene Werte von N, welches ein Eingabeparameter sein soll. Schreiben Sie das Programm so, dass die Summe vorwärts und rückwärts berechnet wird.

a) Finden Sie den Wert von N, für den $S_n = S_N$ für alle $n \geq N$ bei der Vorwärtsberechnung wird.

b) Wie verträgt sich dieses Ergebnis mit der Tatsache, dass theoretisch $\lim_{N\to\infty} S_N = \infty$ ist?

c) Berechnen Sie mit Hilfe Ihres Ergebnisses die Maschinengenauigkeit ϵ_m.

F-2. (Kepler-Gleichung)

Zur Berechnung der Positionen der Planeten in ihrer Bahn wird die Kepler-Gleichung, welche die exzentrische Anomalie ψ mit der mittleren Bahnbewegung verknüpft, verwendet

$$\psi = \frac{2\pi}{P} t + e \sin \psi \tag{1}$$

Dabei bedeuten P die Periode, e die Exzentrizität und t die Zeit seit dem letzten Periheldurchgang.

Diese algebraische Gleichung kann für jeden Zeitpunkt t iterativ gelöst werden. Man setzt dann zu Beginn $\psi_0 = (2\pi/P)\, t$ und iteriert die Gleichung nach

$$\psi_{n+1} = \frac{2\pi}{P} t + e \sin \psi_n \tag{2}$$

Falls die Differenz zwischen ψ_{n+1} und ψ_n kleiner als ein gegebenes ϵ wird, kann die Iteration abgebrochen werden. Mit Hilfe dieses letzten Wertes von ψ können die wahre Anomalie Θ und der radiale Abstand r (in Einheiten der grossen Halbachse a) nach

$$\tan\left(\frac{\Theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) \tag{3}$$

und

$$r = \frac{1-e^2}{1+e\sin\Theta} \tag{4}$$

berechnet werden.

Schreiben Sie ein Program (Subroutine), dass auf die Eingabe einer Exzentrizität e hin für alle Werte von t die wahre Anomalie Θ und den Abstand r berechnet. Drucken Sie die Daten für einen Umlauf in einer Tabelle für N gleichmässig verteilte Werte von t aus. Wählen Sie für ϵ den Wert 10^{-7}.