Übungen zur Theoretischen Mechanik

Sommersemester 2002

Blatt 6

Thema: Oszillationen, iterierte Abbildungen

Übungsaufgaben:

15. Betrachten Sie folgendendes einfaches Modell eines dreiatomigen linearen Moleküls: Gegeben seien drei Massenpunkte mit den Massen m_1, M und m_2, die über zwei Federn mit den Federkonstanten k_1 und k_2 miteinander verbunden sind. Die Bewegung sei auf eine Gerade beschränkt (siehe Abbildung).

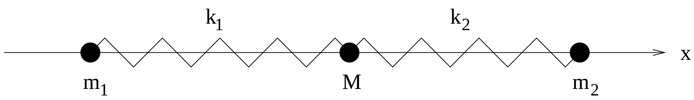

Abbildung 1: Modell eines 3-atomigen Moleküls

Man bestimme speziell für den Fall $k_1 = k_2$, $m_1 = m_2$

a) die Bewegungsgleichungen,

b) die Normalfrequenzen und

c) die exakte Lösung des allgemeinen Anfangswertproblems.

6 Punkte

16. Die *Zelt-Abbildung* sei durch die folgende Iterationsvorschrift definert:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 2\,\alpha\,x_n && \text{für} \quad 0 < x < 1/2 \\ x_{n+1} &= 2\,\alpha\,(1 - x_n) && \text{für} \quad 1/2 < x < 1 \end{aligned}$$

mit $0 < \alpha < 1$.

a) Erstellen Sie eine Abbildung bis etwa 20 Iterationen für $\alpha = 0.4$ und $\alpha = 0.7$ mit $x_1 = 0.2$. Zeigt eine Abbildung Anzeichen für chaotisches Verhalten?

b) Zeigen Sie, dass der Lyapunov Exponent für die Zeltabbildung $\lambda = \ln(2\alpha)$ ist!

c) Freiwillig: Zeichnen Sie das Bifurkationsdiagramm für die Zelt-Abbildung, und diskutieren Sie die verschiedenen Bereiche!

3 Punkte

17. Ein Teilchen wird durch ein Loch genau durch den Erdmittelpunkt geworfen.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für das Teilchen auf!

b) Wie groß ist die Periode der Oszillation?

Hinweis: Nehmen Sie eine homogene Dichte der Erde an und vernachlässigen Sie Rotationseffekte.

3 Punkte

Abgabetermin: **Montag, 3.06.02, 10:00 Uhr** Fach Günther