10.06.2002

Übungen zur Theoretischen Mechanik

Sommersemester 2002

Blatt 8

Thema: Lagrangegleichungen 2. Art

Übungsaufgaben:

21. Bestimmen Sie die Lagrangefunktion eines ebenen Doppelpendels (zwei aneinander hängende Pendel der Längen l_1 und l_2) mit den Massen m_1 und m_2.

a) Wie lauten die Lagrangegleichungen 2. Art?

b) Entkoppeln und lösen Sie die Bewegungsgleichungen für den Fall $m_1 = m_2 = m$ und $l_1 = l_2 = l$ sowie kleine Auslenkungen der Pendel, d.h. finden Sie die Normalschwingungen und -frequenzen.

4 Punkte

22. Eine Perle bewege sich auf einem kreisförmigen Draht, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω um den Durchmesser parallel zur Schwerkraft rotiert (siehe Abb. 1).

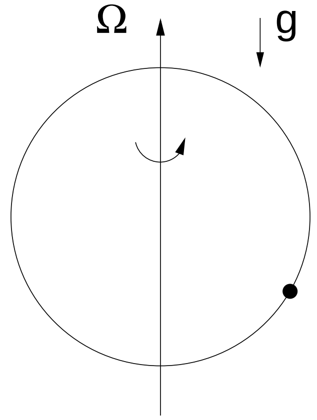

Abbildung 1: Perle auf kreisförmigem Draht

a) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen aus den Lagrangegleichungen 2. Art ab, und bestimmen Sie die möglichen Gleichgewichtslagen der Perle.

b) Untersuchen Sie die Stabilität der gefundenen Gleichgewichtslagen! Beachte, dass deren Zahl von der Drehgeschwindigkeit Ω anhängt.

Hinweise: Die Stabilität von Gleichgewichtspunkten kann untersucht werden, indem man

i) um die Gleichgewichtslagen eine Taylorentwicklung macht, und sich (lineare) Bewegungsgleichungen für die Störungen verschafft (vgl. Vorlesung). Oder indem man
ii) die Form des effektiven (Ersatz-) Potentials untersucht. (Vergleiche Analyse bei der Planetenbewegung)

5 Punkte

23. Die Lagrangefunktion eines Systems hat die Gestalt

$$L = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) - c\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}$$

Schreiben Sie die zugehörigen Lagrangegleichungen 2.Art auf. Welche Variablen sind zyklisch? Welche Erhaltungssätze gelten? Berechnen Sie den Ausdruck

$$H = \sum_k \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\dot{q}_k - L.$$

3 Punkte

Abgabetermin: **Montag, 17.06.02, 10:00 Uhr** Fach Günther